

第1章 投影のモデル

1.1 ピンホールカメラモデル

本資料では、カメラのモデルとしてピンホールカメラ (pinhole camera) を用いる。これは撮像素子に至る光がすべてある一点を通過してくるとしたもので、ピント合わせの必要がなく、投影の幾何学的性質が保存されるなど、幾何学的な扱いが容易である。

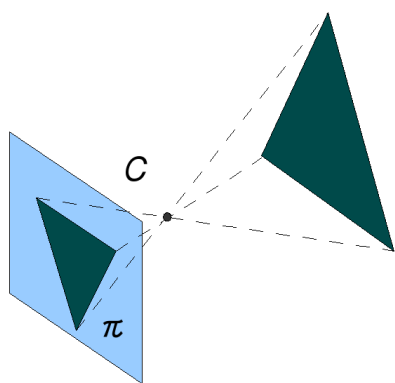


図 1.1: ピンホールカメラモデル 1

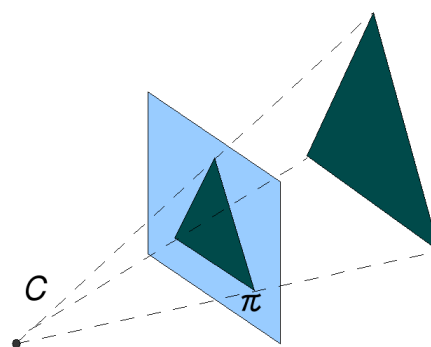


図 1.2: ピンホールカメラモデル 2

図 1.1 はピンホールカメラによる投影の様子を図示したものである。撮像素子が置かれる面 π を画像面 (image plane), すべての光が通過する点 C を光学中心 (optical center), 光学中心と画像面との間の距離 f を焦点距離 (focal length) と呼ぶ。また、光学中心は視点 (view point) とも呼ぶ。

また、図 1.2 は画像面を光学中心の前にもってきたものである。このようにすると、画像面に投影される像が上下反転することがないので、より投影が扱いやすくなる。以後、本資料でもこのように画像面の位置を考えることにする。

ピンホールカメラは実際のカメラの投影をかなり簡略して表したものであるが、カメラの幾何学的な性質のみを考えるのであれば、これで充分である。

1.1.1 カメラの内部パラメータ

カメラで撮影された画像はデジタル化され、コンピュータの内部で画素 (pixel) と呼ばれる単位で記録される。我々がカメラから得る画像データは、このように物理的な大きさや位置とは無関係な画素単位の画像座標に基づいている。したがって、実際のカメラをモデル化するには、物理的座標 \mathbf{x} から画像座標 \mathbf{m} への変換を考えなければならない。この変換は次のように定義される行列 \mathbf{A} との積によって表される。

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} fk_u & fk_s & u_0 \\ 0 & fk_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

ただし, f は焦点距離, u_0, v_0 は画像中心の座標, k_u, k_v を u および v 方向のスケール因子, k_s をせん断係数 (平行性は保つが直角性は保たないような変形を発生させる係数) とする. つまり, \mathbf{A} はカメラの種々の特性を表しているといえる. そのため, このときの \mathbf{A} を内部パラメータ行列と呼ぶ.

1.2 中心投影

図 1.3 のように, 3次元空間に固定された1つの点を C とし, C を含まない1つの平面を Π とする. 図 1.3 に示すように, C とは異なる任意の点 P に対して, 直線 CP が Π と交点をもつとき, その交点を $\text{Proj}(C, \Pi, P)$ とおく, そして, この点 $\text{Proj}(C, \Pi, P)$ を, C を視点とし, Π を投影面 (plane of projection) とする P の投影像 (projection image) という.

$\Sigma = (\mathbf{0}; e_1, e_2, e_3)$ を直交座標系とする. 以下では, Π は e_1, e_2 が張る平面と一致するものとする. Σ に関する C の座標を (c_1, c_2, c_3) とし, P の座標を (p_1, p_2, p_3) とする.

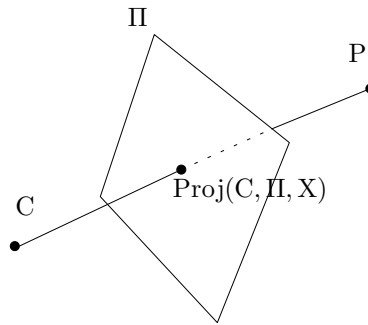


図 1.3: 中心投影の原理

$X = \text{Proj}(S, \Pi, P)$ とおき, X の座標を (x_1, x_2, x_3) とおく. するとこれらの関係は次の数式で表せる.

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} p_1 - c_1 \\ p_2 - c_2 \\ p_3 - c_3 \end{pmatrix}$$

X は投影面上の点であるから, 第3成分は0となる. C がユークリッド空間上の点であって Π には含まれないとき, P に $\text{Proj}(S, \Pi, P)$ を対応させる投影を中心投影 (perspective projection) といい, P を投影中心 (projection centre) という. 本資料において, 投影とはこの中心投影のことを意味する.

第2章 手法

2.1 全周画像からコンテンツ画像への変換

本節では、全周画像からコンテンツ画像への変換について説明する。

全周画像は全周カメラ等で撮影された、を中心とした周囲 360° が投影された画像である。また、コンテンツ画像はプロジェクタ群からの投影に利用されるもので、スクリーンを構成する平面毎に作成される。

本節では、図 2.1 のように、原点を中心にスクリーンを囲む円筒として、全周画像を配置するものとする。カメラの位置は観客を表しており、高さ方向の並進移動 c_y とチルト回転 θ_x の自由度を持つ。

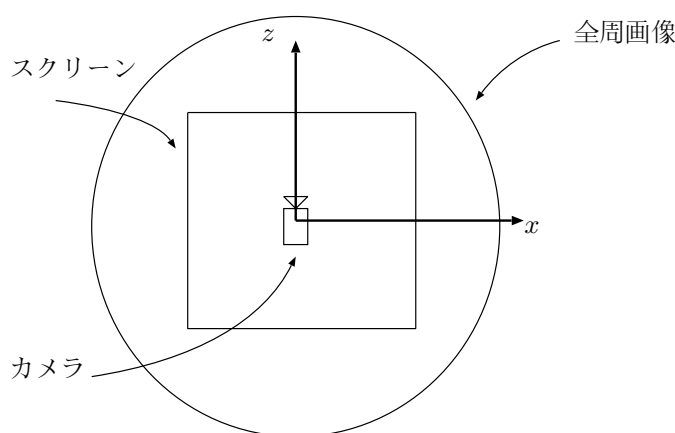


図 2.1: 全周画像の配置

全周画像からコンテンツ画像への変換の過程は、全周画像からカメラの投影像への変換と、投影像からコンテンツ画像への変換の 2 つの段階に大別される。これらの変換は、画像間の座標系の対応によって定義できる。本節では、全周画像の座標を $\mathbf{x} = (\theta, y)^\top$ 、カメラの投影像の座標を $\mathbf{x}' = (x', y')^\top$ 、コンテンツ画像の座標を $\mathbf{x}'' = (x'', y'')^\top$ でそれぞれ表す。

2.1.1 カメラ投影面の決定

全周画像からカメラの投影像への座標変換を述べる前に、カメラの投影面の決め方について述べておく必要がある。

投影面は焦点距離 f' と幅 w' と高さ h' によって定まる。まず、焦点距離の決め方について説明する。

焦点距離

カメラの焦点距離を f 、 θ_x のチルト回転を表す 3 次元同次座標行列を \mathbf{R}_{θ_x} 、 $\mathbf{t} = (0, c_y, 0, 1)^\top$ とすると、投影面の中心座標 \mathbf{p} は次式で表される。

$$\mathbf{p} = \mathbf{R}_{\theta_x} (0, 0, f, 1)^\top + \mathbf{t} \quad (2.1)$$

スクリーンの頂点 \mathbf{s}_i が投影面上にあれば、 $(\mathbf{p}, \mathbf{p} - \mathbf{x}) = 0$ を満たす。本資料では、焦点距離 f' を、いずれの頂点に対しても投影面が手前にくるようにとる。形式的には、これは次式で表される。

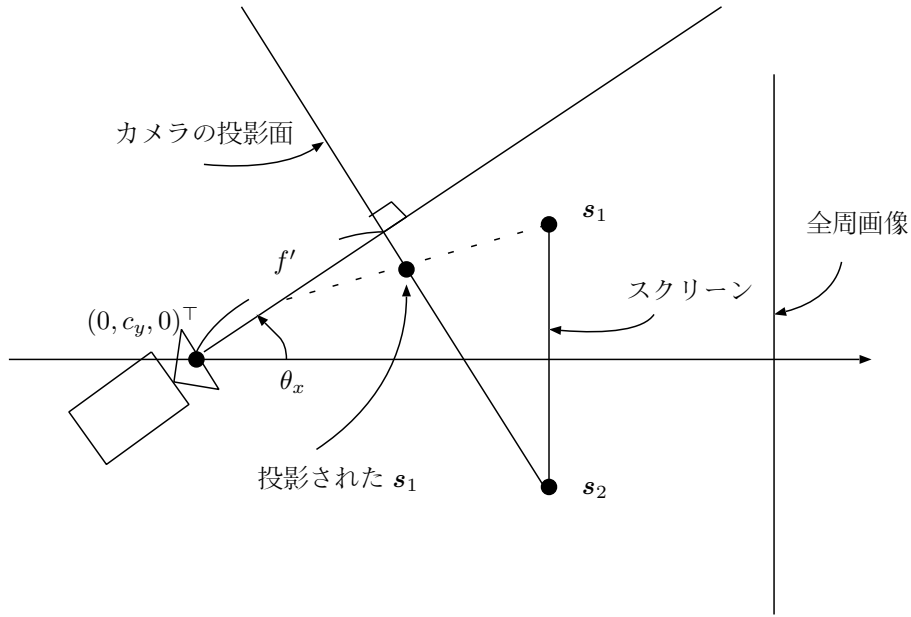


図 2.2: スクリーン像と投影面

$$f' = \min\{f \mid \forall s_i, (\mathbf{p}, \mathbf{p} - s_i) = 0\} \quad (2.2)$$

幅と高さ

スクリーンの頂点 s_i を投影面上に投影したものを $s'_i = (x'_i, y'_i, 1)^\top$ とする。また、 $\mathbf{P} = \mathbf{A}\mathbf{P}_f \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{\theta_x}^{-1} & -\mathbf{t} \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}$ で

あり、 $\mathbf{P}_f = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} fw''/h'' & 0 & p_1 \\ 0 & f & p_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ とすると、 s'_i は次式で表される。

$$s'_i = \mathbf{P}s_i \quad (2.3)$$

投影面の大きさは、これらの座標が投影面上に丁度収まるように決定される。ただし、 w' と h' の比は、コンテンツ画像のアスペクト比と一致するようにとる。

2.1.2 全周画像からカメラの投影像への変換

θ の計算

図 2.3 より、 x' に対応する θ は次式で求められる。

$$\theta = \left(\tan^{-1} \frac{\mathbf{P}^{-1}x'}{f'} + \theta_{\text{offset}} \right) \quad (2.4)$$

$$(2.5)$$

ここで、 θ_{offset} は θ のオフセット値である。また、この値を適切に設定することで、カメラの向きはそのままに、スクリーンの他の平面に対するコンテンツ画像を得ることができる。

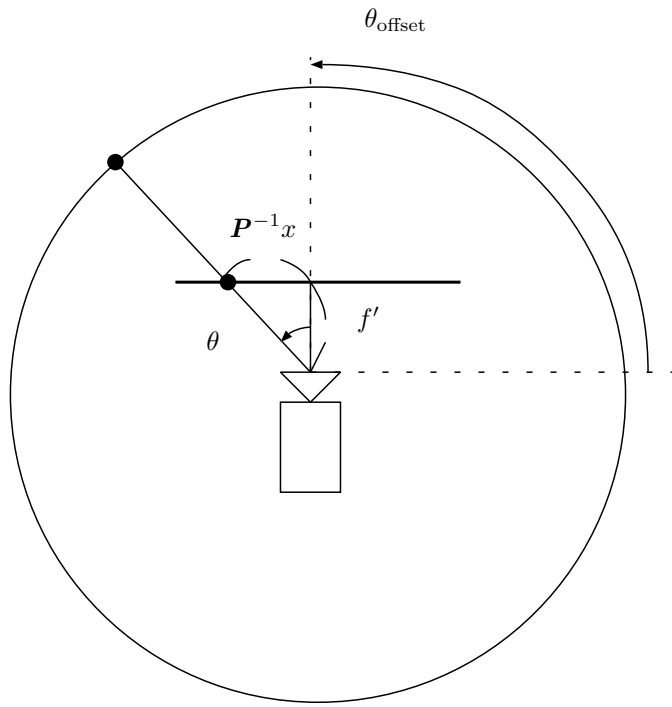


図 2.3: θ の計算

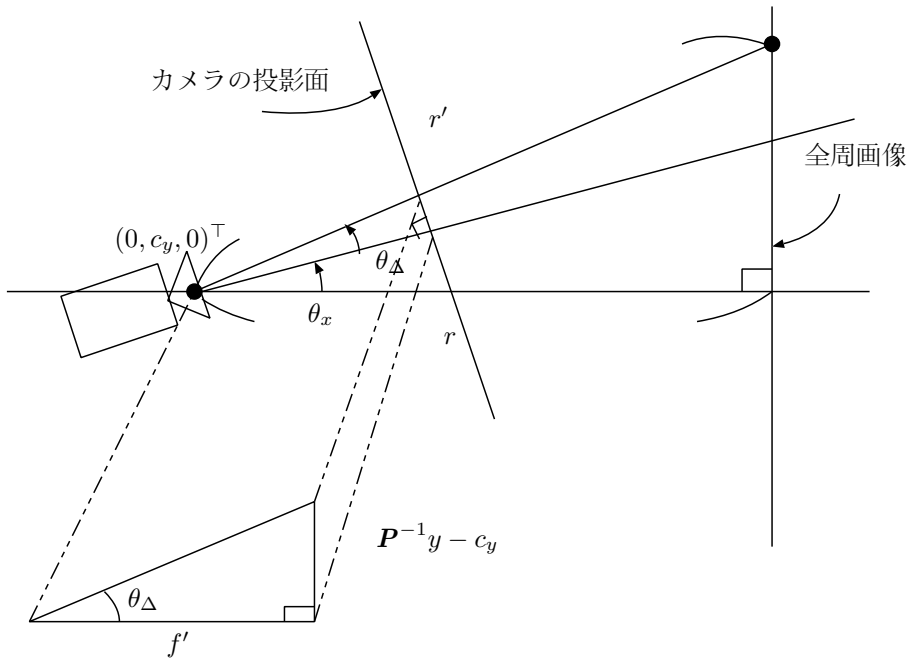


図 2.4: y の計算

y の計算

図 2.4 より, y' に対応する y は次式で求められる. ただし, 全周画像の半径を r とする.

$$y = \mathbf{P}r' \sin(\theta_\Delta + \theta_x) + c_y \quad (2.6)$$

$$r' = \frac{r}{\cos(\theta_\Delta + \theta_x)} \quad (2.7)$$

$$\theta_\Delta = \tan^{-1} \frac{\mathbf{P}^{-1}y' - c_y}{f'} \quad (2.8)$$

2.1.3 カメラの投影像からコンテンツ画像への変換

\mathbf{s}_i' から対応するコンテンツ画像の頂点座標 $((0, 0, 1)^\top, (w'', 0, 1)^\top, (0, h'', 1)^\top, (w'', h'', 1)^\top)$ への射影変換行列を \mathbf{H} とすれば, カメラの投影面上の座標 \mathbf{x}'' に対応するコンテンツ画像上の座標 \mathbf{x}' は次式で表される.

$$\mathbf{x}' = \mathbf{H}^{-1}\mathbf{x}'' \quad (2.9)$$

また, \mathbf{H} は原理的には,

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{s}_1^\top & y''_1 \mathbf{s}_1^\top \\ \mathbf{s}_1^\top & \mathbf{0} & -x''_1 \mathbf{s}_1^\top \\ \mathbf{0} & -\mathbf{s}_2^\top & y''_2 \mathbf{s}_2^\top \\ \mathbf{s}_2^\top & \mathbf{0} & -x''_2 \mathbf{s}_2^\top \\ \mathbf{0} & -\mathbf{s}_3^\top & y''_3 \mathbf{s}_3^\top \\ \mathbf{s}_3^\top & \mathbf{0} & -x''_3 \mathbf{s}_3^\top \\ \mathbf{0} & -\mathbf{s}_4^\top & y''_4 \mathbf{s}_4^\top \\ \mathbf{s}_4^\top & \mathbf{0} & -x''_4 \mathbf{s}_4^\top \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_{11} \\ H_{12} \\ H_{13} \\ H_{21} \\ H_{22} \\ H_{23} \\ H_{31} \\ H_{32} \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (2.10)$$

を解くことで求めることができる (H_{33} を 1 と置いた場合).